ΛΥΣΕΙΣ

Θέμα Α

Α1. δ Α2. δ Α3. β Α4. δ Α5. Σ,Λ,Σ,Σ,Λ

Α1.δ

$$y_1 = 2\eta\mu\, 2\pi(5t+3x) = 2\eta\mu\, 2\pi(\frac{t}{1/5}+\frac{x}{1/3}) \Rightarrow T_1 = 1/5s \Rightarrow f_1 = 5Hz \;\&\; \lambda_1 = 1/3m$$

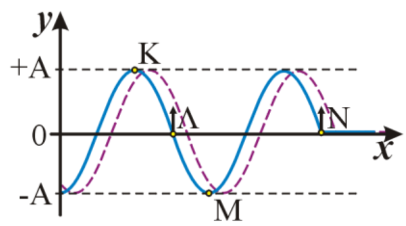
$$y_2 = 2\eta\mu\, \pi(5t-3x) = 2\eta\mu\, 2\pi(\frac{5t}{2}-\frac{3x}{2}) = 2\eta\mu\, 2\pi(\frac{t}{2/5}-\frac{x}{2/3}) \Rightarrow T_2 = 2/5s \Rightarrow f_2 = 5/2\,Hz \;\&\; \lambda_2 = 2/3m$$

Επομένως $\upsilon_1 = \lambda_1 f_1 = \frac{1}{3}5 = 5/3\ m/s$ & $\upsilon_2 = \lambda_2 f_2 = \frac{2}{3}\frac{5}{2} = 5/3\ m/s$

Όμως το πρώτο κύμα είναι αριστερό, επομένως η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του θα είναι αρνητική, ενώ το δεύτερο είναι δεξί. Άρα: $\upsilon_1 = -5/3\ m/s$ & $\upsilon_2 = 5/3\ m/s$ και τελικά: $\upsilon_1 = -\upsilon_2$.

Α2.δ

Παρατηρώντας το στιγμιότυπο την t_1 και την t_1+dt (διακεκομμένη γραμμή) βλέπουμε ότι τα Κ και Μ βρίσκονται σε ακραίες θέσεις την t1, άρα είναι ακίνητα (α: λάθος, γ: λάθος) και το Λ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του άρα έχει μέγιστη (θετική) ταχύτητα και έτσι μέγιστη κινητική ενέργεια. Λόγω της διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης, η δυναμική του ενέργεια θα είναι μηδέν (β: λάθος). Το Ν βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του άρα έχει μέγιστη θετική ταχύτητα, όπως φαίνεται και από τη φορά του βέλους της ταχύτητάς του.



Α3.β

Η φάση του σημείου έχει εξίσωση (σύμφωνα με την εξίσωση του κύματος):

$\phi = 2\pi(5t+2x) \xrightarrow[x_1=-0,5m]{} \phi = 2\pi(5t+2x_1) = 2\pi[5t+2(-0,5)] \Rightarrow \phi = 10\pi t - 2\pi$ (ευθεία με θετική κλίση)

Σύμφωνα με την παραπάνω εξίσωση έχουμε:

Για φ=0: t= 0,2 s και για t=0,4 s: φ= 10π·0,4-2π= 4π-2π= 2π rad. Έτσι προκύπτει η γραφική β.

Α4.δ

$$\left.\begin{array}{l} y = 2\sigma\upsilon\nu\pi x\,\eta\mu 2\pi t \\ y = 2A\sigma\upsilon\nu\dfrac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\dfrac{2\pi t}{T} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \bullet\ 2 = 2A \Rightarrow A = 1\ m \\ \bullet\ \pi x = \dfrac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2\ m \\ \bullet\ 2\pi t = \dfrac{2\pi t}{T} \Rightarrow T = 1\ s \Rightarrow f = 1\ Hz \end{array}$$

● η ταχύτητα των κυμάτων είναι: $\upsilon = \lambda f = 2\cdot 1 = 2\ m/s$

● οι εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων είναι της μορφής:

$y = A\eta\mu 2\pi(t/T \mp x/\lambda) \Rightarrow y = 1\eta\mu 2\pi(t/1 \mp x/2) \Rightarrow y = \eta\mu 2\pi(t \mp x/2)$

● οι φάσεις των τρεχόντων κυμάτων είναι αντίστοιχα: $\phi = 2\pi(t \mp x/2)$

Άρα: $\phi_1 = 2\pi(t - x/2)$ & $\phi_2 = 2\pi(t + x/2)$ και επομένως παρουσιάζουν διαφορά φάσης:

$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 2\pi(t+x/2) - 2\pi(t-x/2) = 2\pi(t+x/2-t+x/2) = 2\pi 2x/2 \Rightarrow \Delta\phi = 2\pi x$

A5.
α. (Σ) πχ σε μια έκρηξη.
β. (Λ) μόνο ενέργεια και ορμή, όχι ύλη.
γ. (Σ) είναι εξίσωση της μορφής y= f(x) και περιγράφει την απομάκρυνση y από τη Θ.Ι. κάθε σημείου του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση x.
δ. (Σ) είναι οι δεσμοί του στάσιμου κύματος: σημεία διαρκώς ακίνητα και στη Θ.Ι. τους
ε. (Λ) σε ένα στάσιμο κύμα τα σημεία του ελαστικού μέσου είτε κινούνται ταυτόχρονα προς την ίδια κατεύθυνση (είναι σε συμφωνία φάσης, άρα Δφ= 0), είτε κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις (είναι σε αντίθεση φάσης, άρα Δφ= π rad).

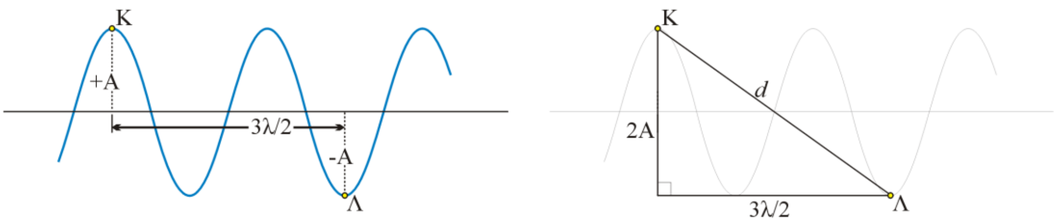
Θέμα Β

B1. [i]

Για τα δύο σημεία Κ & Λ έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l}\phi_K = 2\pi(\frac{t_1}{T}-\frac{x_K}{\lambda}) \\ \phi_\Lambda = 2\pi(\frac{t_1}{T}-\frac{x_\Lambda}{\lambda})\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}\phi_K - \phi_\Lambda = 2\pi(\frac{t_1}{T}-\frac{x_K}{\lambda}) - 2\pi(\frac{t_1}{T}-\frac{x_\Lambda}{\lambda}) = 2\pi(\frac{t_1}{T}-\frac{x_K}{\lambda}-\frac{t_1}{T}+\frac{x_\Lambda}{\lambda}) = 2\pi\frac{x_\Lambda - x_K}{\lambda} \Rightarrow \\ \Rightarrow |\Delta\phi| = 2\pi\frac{|\Delta x|}{\lambda} \Rightarrow 3\pi = 2\pi\frac{|\Delta x|}{\lambda} \Rightarrow |\Delta x| = 3\lambda/2\end{array}$$

Εφόσον δεν διευκρινίζεται πως είναι η διαφορά φάσης, βάζουμε απόλυτο και έτσι βρίσκουμε την απόλυτη διαφορά θέσεων του Κ και του Λ. Με άλλα λόγια έχουμε ότι το Λ είναι μπροστά ή πίσω από το Κ κατά απόσταση 3λ/2. Κάνοντας ένα στιγμιότυπο του κύματος και τοποθετώντας το Κ στην θετική ακραία θέση (εκφώνηση) βλέπουμε ότι το Λ θα βρίσκεται στην αρνητική ακραία θέση (είτε είναι 3λ/2 μπροστά από το Κ, είτε είναι πίσω κατά 3λ/2 από το Κ):



Τώρα βλέπουμε ότι η κατακόρυφη απόσταση των δύο σημείων είναι 2Α και η οριζόντια 3λ/2. Έτσι με πυθαγόρειο θεώρημα βρίσουμε την απόστασή τους τη χρονική στιγμή t_1:

$$d = \sqrt{(2A)^2 + (3\lambda/2)^2} \xrightarrow{A=\lambda} d = \sqrt{(2\lambda)^2 + (3\lambda/2)^2} = \sqrt{4\lambda^2 + 9\lambda^2/4} = \sqrt{4\lambda^2 + 9\lambda^2/4} = \sqrt{25\lambda^2/4} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow d = 5\lambda/2 = 2{,}5\lambda$$

…άρα σωστό το (**i**).

B2. [i]

Από το διάγραμμα φ(x) για t_1= 4 sec έχουμε:

$$\phi = 2\pi(\frac{t_1}{T}-\frac{x}{\lambda}) \Rightarrow \begin{cases} 4\pi = 2\pi(\frac{4}{T}-\frac{0}{\lambda}) \Rightarrow T = 2\ \text{sec} \\ 0 = 2\pi(\frac{4}{2}-\frac{2}{\lambda}) \Rightarrow \lambda = 1\ m \end{cases}$$

Από το διάγραμμα φ(x) για t_2 έχουμε:

$$\phi = 2\pi(\frac{t_1}{T}-\frac{x}{\lambda}) \Rightarrow \begin{cases} 6\pi = 2\pi(\frac{t_2}{2}-\frac{0}{1}) \Rightarrow t_2 = 6\ \text{sec} \\ 0 = 2\pi(\frac{6}{2}-\frac{3}{1}) \Rightarrow 3 = 3\ ...\iota\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota \end{cases}$$

Την t_2= 6 sec έχουμε:

$$y_{\Pi\eta\gamma\acute{\eta}\varsigma} = A\eta\mu\frac{2\pi}{T}t_2 = A\eta\mu\frac{2\pi}{2}6 = A\eta\mu 6\pi = A\cdot 0 = 0$$

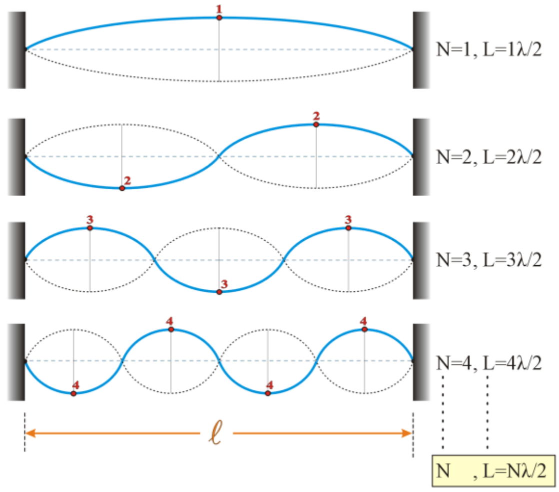
$$x_2 = \upsilon t_2 = \frac{\lambda}{T}t_2 = \frac{1}{2}6 = 3\ m \xrightarrow{\lambda=1m} x_2 = 3\lambda$$

Από τα στοιχεία $y_\pi(t_2)$= 0 και $x(t_2)$= 3λ έχουμε το διάγραμμα (i).

…άρα σωστό το (**i**).

B3. [iii]

Ονομάζουμε Ν τον αριθμό των κοιλιών που δημιουργούνται στο στάσιμο κύμα και από το επαγωγικό σχήμα προκύπτει ότι το μήκος της χορδής είναι L= Nλ/2, όπου λ το μήκος των αρχικών τρεχόντων κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο.



$$\bullet\ L = N\frac{\lambda}{2} \Rightarrow L = N\frac{\upsilon/f}{2} \Rightarrow 2Lf = N\upsilon \Rightarrow f = \frac{N\upsilon}{2L}$$

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ f_1 \le f \le f_2 \Rightarrow f_1 \le f \le 5f_1 \\ \bullet\ 3\upsilon = 4Lf_1 \Rightarrow f_1 = \dfrac{3\upsilon}{4L} \\ \bullet\ f = \dfrac{N\upsilon}{2L}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{3\upsilon}{4L} \le \frac{N\upsilon}{2L} \le 5\frac{3\upsilon}{4L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \le \frac{N}{2} \le \frac{15}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \le N \le \frac{15}{2} \Rightarrow 1{,}5 \le N \le 7{,}5 \xrightarrow{N:\alpha\kappa\acute{\varepsilon}\rho\alpha\iota o\varsigma} N = 2{,}3{,}4{,}5{,}6{,}7$$

Επομένως ο ελάχιστος και ο μέγιστος αριθμός κοιλιών είναι: N_{min}= 2 & N_{max}= 7.

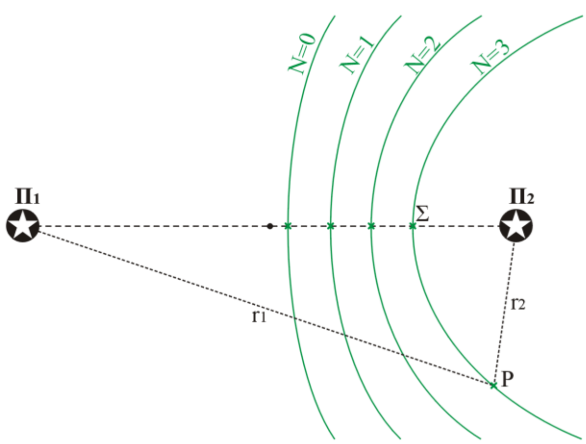
…άρα σωστό το (**iii**).

Θέμα Γ

Γ1.

$$\bullet\ \upsilon = \lambda f \Rightarrow \lambda = \upsilon / f = 400/100 \Rightarrow \lambda = 4m$$

Ο αριθμός Ν των υπερβολών απόσβεσης έχει Ν=0 στην πρώτη υπερβολή (απόσβεσης) δεξιά της μεσοκαθέτου. Ανάμεσα στην μεσοκάθετο και στο Σ υπάρχουν άλλα 3 σημεία απόσβεσης (ακίνητα). Το Σ (όπως και το Ρ) είναι σημείο απόσβεσης. Επομένως το Σ θα ανήκει στην υπερβολή με Ν= 3.



Έτσι για το Ρ (με Ν= 3) έχουμε:

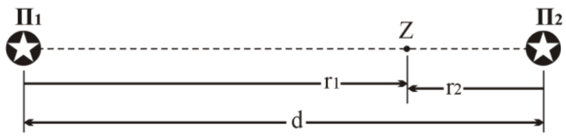
$$\bullet\, r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 20 - r_2 = (2\cdot 3+1)\frac{4}{2} \Rightarrow r_2 = 6\ \ m \therefore$$

Γ2.

Για το Σ (με Ν= 3) έχουμε:

$$\Pi_1\Sigma - \Pi_2\Sigma = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Pi_1\Sigma - (\Pi_1\Pi_2 - \Pi_1\Sigma) = (2\cdot 3+1)\frac{4}{2} \Rightarrow 2\Pi_1\Sigma - 23 = 14 \Rightarrow \Pi_1\Sigma = \frac{37}{2}\ \ m \therefore$$

Γ3.



Έστω σημείο ενίσχυσης Ζ, πάνω στην $\Pi_1\Pi_2$:

$$r_1 - r_2 = N\lambda \Rightarrow r_1 - (d - r_1) = N\lambda \Rightarrow 2r_1 = d + N\lambda \Rightarrow r_1 = \frac{d + N\lambda}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{23 + N\cdot 4}{2} \Rightarrow r_1 = 11{,}5 + 2N$$

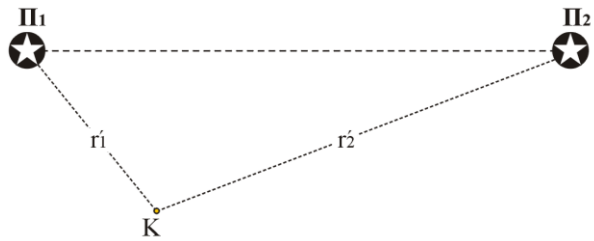
Όμως το r_1 παίρνει τιμές από 0 έως d. Έτσι:

$$0 \le r_1 \le d \Rightarrow 0 \le 11{,}5 + 2N \le 23 \Rightarrow -11{,}5 \le 2N \le 11{,}5 \Rightarrow -5{,}75 \le N \le 5{,}75 \xrightarrow{N:\ \alpha\kappa\acute{\varepsilon}\rho\alpha\iota o\varsigma}$$

$$\longrightarrow\ N = -5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5 \quad ...\alpha\rho\alpha\ \ \sigma\upsilon\nu o\lambda\iota\kappa\acute{\alpha}\ 11\, \sigma\eta\mu\varepsilon\acute{\iota}\alpha \therefore$$

Γ4.

Για το σημείο Κ έχουμε: $r_1' - r_2' = 13 - 23 = -10$ m. Με λ= 4 m, η απόσταση -10 m αντιστοιχεί σε περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος, άρα σε αποσβετική συμβολή:



$$-10 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow -10 = (2N+1)\frac{4}{2} \Rightarrow -10 = (2N+1)2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5 = 2N+1 \Rightarrow -6 = 2N \Rightarrow N = -3$$

Επειδή $r_1' < r_2'$, το Κ είναι αριστερά της μεσοκαθέτου και ξεκινάει να ταλαντώνεται όταν φτάσει σε αυτό πρώτα το κύμα από την Π_1, σε χρόνο:

$$t_1 = \frac{r_1}{\upsilon} = \frac{13}{400}\ \text{sec}$$

Όταν φτάσει και το κύμα από την Π_2, στο Κ θα έχουμε αποσβετική συμβολή και το σημείο θα παραμένει, στο εξής, ακίνητο. Αυτό θα συμβεί σε χρόνο:

$$t_2 = \frac{r_2}{\upsilon} = \frac{23}{400}\ \text{sec}$$

Από την t_1 μέχρι την t_2 έχουν περάσει:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{23}{400} - \frac{13}{400} = \frac{10}{400} = 0{,}025\ \text{sec}$$

Αφού f= 100 Hz, άρα Τ= 1/f= 0,01 sec έχουμε:

$$\Delta t = \nu\cdot T \Rightarrow 0{,}025 = \nu\cdot 0{,}01 \Rightarrow \nu = 2{,}5 \longrightarrow \Delta t = 2{,}5T$$

Δηλαδή το Κ ξεκινάει την ταλάντωσή του την t_1= 13/400 sec, εκτελεί 2,5 ταλαντώσεις και την t_2= 23/400 sec σταματάει να ταλαντώνεται λόγω αποσβετικής συμβολής.

Κατά τη διάρκεια των 2,5 ταλαντώσεων, το Κ θα ταλαντώνεται λόγω του κύματος από τη Π_1, δηλαδή με εξίσωση:

$$y_{1(\mathrm{K})} = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{r_1'}{\lambda}) = 2\eta\mu 2\pi(\frac{t}{0{,}01} - \frac{13}{4}) = 2\eta\mu 2\pi(100t - \frac{13}{4})$$

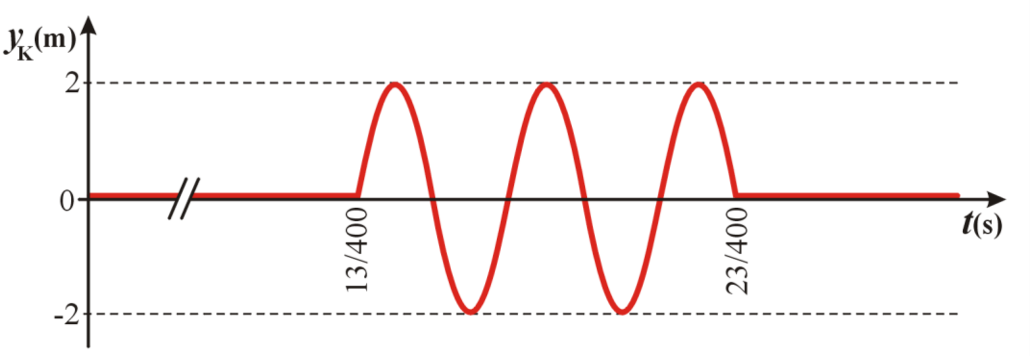
Τελικά, η εξίσωση ταλάντωσης του Κ είναι:

$$y_{\mathrm{K}} = \begin{cases} 0 & \text{..........} \quad t < 13/400 \ \text{sec} \\ 2\eta\mu 2\pi(100t - 13/4) & \text{..........} \quad 13/400 \le t < 23/400 \ \text{sec} \\ 0 & \text{..........} \quad t \ge 23/400 \ \text{sec} \end{cases} \quad \therefore$$

Γ5.

Σύμφωνα με την παραπάνω εξίσωση, η γραφική παράσταση ταλάντωσης του Κ:

• θα είναι ημιτονοειδής
• θα ξεκινάει τη στιγμή 13/400 sec
• θα εκτελεί 2,5 ταλαντώσεις με πλάτος Α= 2 m
• θα μηδενίζεται τη στιγμή 23/400 sec
• θα παραμένει μηδέν μετά την 23/400 sec



Θέμα Δ

Δ1.

• $A = 2 \ m$

• $5\lambda = 20 \Rightarrow \lambda = 4 \ m$

• $\omega = 4\pi \ rad/s \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} \Rightarrow T = 0{,}5 \ \text{sec} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}5} \Rightarrow f = 2 \ Hz$

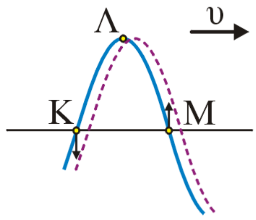
• $\upsilon = \lambda f = 4 \cdot 2 \Rightarrow \upsilon = 8 \ m/s \therefore$

• $y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) = 2\eta\mu 2\pi(\frac{t}{0{,}5} - \frac{x}{4}) = 2\eta\mu 2\pi(2t - x/4) \therefore$

• $x_{\acute{\alpha}\kappa\rho o\upsilon} = \upsilon t_1 \Rightarrow 20 = 8t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{20}{8} \Rightarrow t_1 = 2{,}5 \ \text{sec} \therefore \quad (t_1 = 5T)$

Δ2.

Σύμφωνα με το στιγμιότυπο την t_1 και την t_1+dt (διακεκομμένη γραμμή), τα σημεία Κ και Μ έχουν μέγιστες ταχύτητες γιατί βρίσκονται στη Θ.Ι. τους, και μάλιστα: v_K= $-v_{max}$ και v_M= $+v_{max}$, ενώ το σημείο Λ που βρίσκεται σε ακραία θέση θα είναι ακίνητο την χρονική στιγμή t_1:



$$v_{\max} = \omega A = 4\pi \cdot 2 = 8\pi \ rad/s$$

- $v_{\mathrm{K}} = -v_{\max} = -8\pi \ rad/s$
- $v_{\mathrm{M}} = +v_{\max} = +8\pi \ rad/s$
- $v_{\Lambda} = 0$

Δ3.

- $y_{\mathrm{N}} = 2\eta\mu 2\pi(2\cdot 2{,}5 - 13{,}5/4) = 2\eta\mu 2\pi(5 - 13{,}5/4) = 2\eta\mu 2\pi \dfrac{20-13{,}5}{4} = 2\eta\mu \dfrac{13\pi}{4} = 2\eta\mu(\dfrac{12\pi}{4} + \dfrac{\pi}{4}) =$

$= 2\eta\mu(3\pi + \dfrac{\pi}{4}) = 2\eta\mu(\pi + \dfrac{\pi}{4}) = -2\eta\mu \dfrac{\pi}{4} = -2\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y_{\mathrm{N}} = -\sqrt{2} \ m$

- $v_{\mathrm{N}} = \omega A \sigma\upsilon\nu 2\pi(t_1/T - x_{\mathrm{N}}/\lambda) = 8\pi\, \sigma\upsilon\nu 2\pi(2\cdot 2{,}5 - 13{,}5/4) = 8\pi\, \sigma\upsilon\nu(\pi + \dfrac{\pi}{4}) = -8\pi\, \sigma\upsilon\nu \dfrac{\pi}{4} =$

$= -8\pi \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow v_{\mathrm{N}} = -4\pi\sqrt{2} \ m/s$

Δ4.

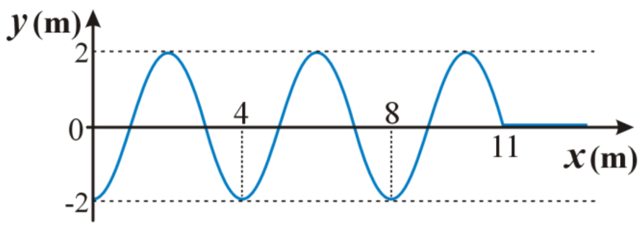
- $t_2 = t_1 - \dfrac{9}{8} = 2{,}5 - \dfrac{9}{8} = \dfrac{5}{2} - \dfrac{9}{8} = \dfrac{11}{8} \ \sec$
- $t_2 = vT \Rightarrow \dfrac{11}{8} = v\dfrac{1}{2} \Rightarrow v = \dfrac{11}{4} \longrightarrow t_2 = \dfrac{11}{4}T = \dfrac{8T}{4} + \dfrac{3T}{4} \Rightarrow t_2 = 2T + \dfrac{3T}{4}$

- $y_{\Pi}(t_2) = A\eta\mu\omega t_2 = A\eta\mu \dfrac{2\pi}{T}\dfrac{11T}{4} = A\eta\mu \dfrac{11\pi}{2} = A\eta\mu(\dfrac{12\pi}{2} - \dfrac{\pi}{2}) = A\eta\mu(6\pi - \dfrac{\pi}{2}) = A\eta\mu(-\dfrac{\pi}{2}) =$

$= -A\eta\mu\dfrac{\pi}{2} = -A = -2 \ m$

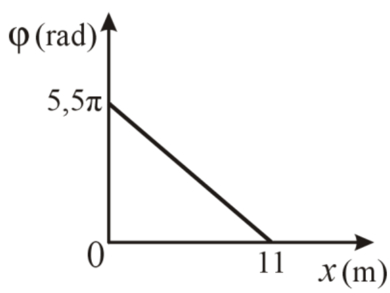
- $x = \upsilon t_2 = \upsilon \dfrac{11T}{4} = \dfrac{11\lambda}{4} \Rightarrow x = 2\lambda + \dfrac{3\lambda}{4} = \dfrac{11}{4}4 = 11 \ m$

Από τα παραπάνω στοιχεία προκύπτει το στιγμιότυπο:



Για τη φάση των σημείων έχουμε:

- $\phi = 2\pi(\dfrac{t_2}{T} - \dfrac{x}{\lambda}) = 2\pi(\dfrac{11/8}{0{,}5} - \dfrac{x}{4}) \Rightarrow \phi(x) = \dfrac{11\pi}{2} - \dfrac{\pi}{2}x$
- $x = 0 \longrightarrow \phi = \dfrac{11\pi}{2} = 5{,}5\pi \ rad$
- $\phi = 0 \longrightarrow x = 11 \ m$



Δ5.

$\bullet\, a_N = -\omega^2 A\eta\mu 2\pi(t/T - x_N/\lambda) = -16\pi^2 2\eta\mu 2\pi(2t - 13{,}5/4) = -32\pi^2\,\eta\mu 2\pi(2t - 13{,}5/4)$

$\bullet\, a_N(t_3) = -a_{max}/2 \Rightarrow -32\pi^2\,\eta\mu 2\pi(2t_3 - 13{,}5/4) = -32\pi^2/2 \Rightarrow \eta\mu 2\pi(2t_3 - 13{,}5/4) = \dfrac{1}{2} = \eta\mu\dfrac{\pi}{6} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\pi(2t_3 - 13{,}5/4) = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{6} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\[2ex] 2\pi(2t_3 - 13{,}5/4) = 2\kappa\pi + \pi - \dfrac{\pi}{6} = 2\kappa\pi + \dfrac{5\pi}{6} \quad \ldots\ldots\ldots (2) \end{cases}$$

$\bullet\, v_N = \omega A\sigma\upsilon\nu\, 2\pi(t_3/T - x_N/\lambda) = 8\pi\,\sigma\upsilon\nu\, 2\pi(2t_3 - 13{,}5/4) \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_N = \begin{cases} (1):\ 8\pi\,\sigma\upsilon\nu(2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{6}) = 8\pi\,\sigma\upsilon\nu\dfrac{\pi}{6} = 8\pi\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\pi\sqrt{3} > 0 \ \ldots..\ \alpha\pi o\rho\rho\acute{\iota}\pi\tau\varepsilon\tau\alpha\iota \\[2ex] (2):\ 8\pi\,\sigma\upsilon\nu(2\kappa\pi + \dfrac{5\pi}{6}) = 8\pi\,\sigma\upsilon\nu\dfrac{5\pi}{6} = 8\pi\,\sigma\upsilon\nu(\pi - \dfrac{\pi}{6}) = -8\pi\,\sigma\upsilon\nu\dfrac{\pi}{6} = -4\pi\sqrt{3} < 0 \ \ldots..\ \delta\varepsilon\kappa\tau\acute{\eta} \end{cases}$$

Επομένως η δεκτή εξίσωση που θα μας δώσει την χρονική στιγμή t_3 είναι η (2):

$$2\pi(2t_3 - 13{,}5/4) = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 2t_3 - \frac{13{,}5}{4} = \kappa + \frac{5}{12} \Rightarrow 2t_3 = \kappa + \frac{5}{12} + \frac{13{,}5}{4} \Rightarrow 2t_3 = \kappa + \frac{91}{24} \quad (3)$$

Για το σημείο Μ, την ίδια χρονική στιγμή έχουμε:

$\bullet\, x_M = 2\lambda = 2\cdot 4 = 8\ m\ \ (\alpha\pi\acute{o}\ \tau o\ \Sigma\chi\acute{\eta}\mu\alpha\ 3)$

$\bullet\, v_M = \omega A\sigma\upsilon\nu\, 2\pi(t_3/T - x_M/\lambda) = 4\pi\cdot 2\sigma\upsilon\nu\, 2\pi(2t_3 - 8/4) = 8\pi\,\sigma\upsilon\nu\, 2\pi(2t_3 - 2) \xrightarrow{(3)}$

$\xrightarrow{(3)} v_M = 8\pi\,\sigma\upsilon\nu\, 2\pi(\kappa + \dfrac{91}{24} - 2) = 8\pi\,\sigma\upsilon\nu\, 2\pi(\kappa + \dfrac{43}{24}) = 8\pi\,\sigma\upsilon\nu(2\kappa\pi + \dfrac{43\pi}{12}) =$

$= 8\pi\,\sigma\upsilon\nu\dfrac{43\pi}{12} \approx 8\pi\dfrac{1}{4} \Rightarrow v_M \approx 2\pi\ m/s$